سلسلة

كنزي في

الجبر

الفصل الدراسي الثاني

إعداد الأستاذ

أحمد عمر

معلم أول رياضيات

01023636682

3

[1] حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانياً وجبرياً

أولاً بيانياً :

مثال : أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانياً :

ل١ : ص = ٢س - ٣ ، ل٢ : س + ٢ص = ٤

الحل

ل١ : ص = ٢س - ٣

نبدأ ←

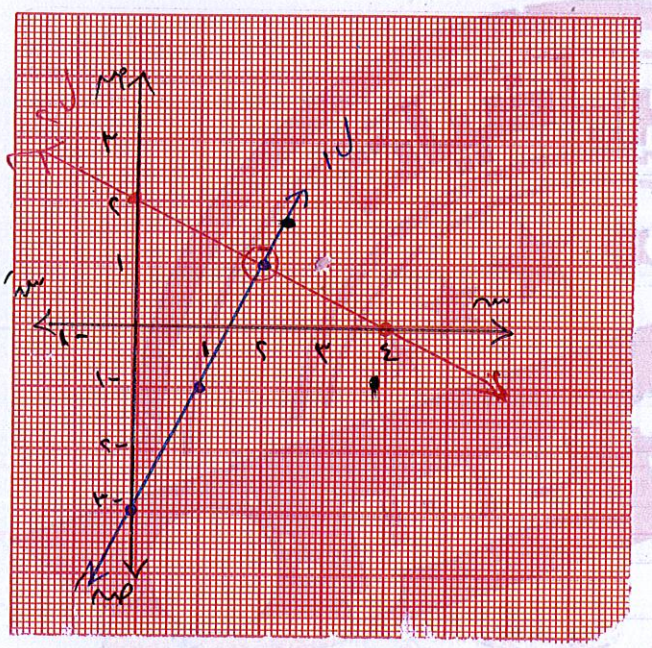
س	٠	١	٢
ص	-٣	-١	١

ل٢ : س + ٢ص = ٤

س = -٢ص + ٤

نبدأ ←

س	٤	٢	٠
ص	٠	١	٢



ل١ ∩ ل٢ = {(٢ ، ١)}

∴ م.ح = {(٢ ، ١)}

لاحظ عدد الحلول "بدونه الحل بيانياً أو جبرياً" لتقاطع المعادلتين على الصورة

أ س + ب ص = جـ

في المثال السابق

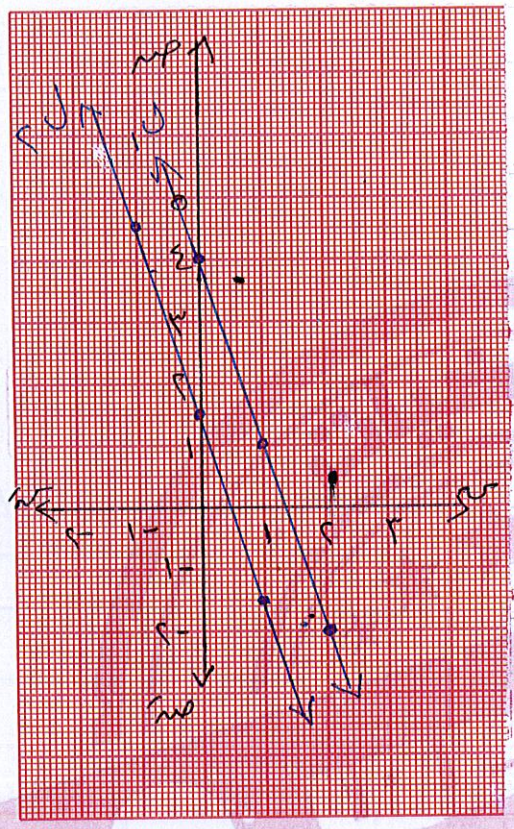
٢س + ص = -٣ ، س + ٢ص = ٤

$\frac{أ}{جـأ} = \frac{٢}{١} = ٢$ ، $\frac{ب}{جـب} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{أ}{جـأ} \neq \frac{ب}{جـب}$

∴ المستقيمان متقاطعان

∴ عدد الحلول = ١

مثال ١ : $ل_1 : 3س + ص = 4$ ، $ل_2 : 2ص + 6س = 3$



$ل_1$ يمر بـ

س	٠	١
ص	٤	١

$ل_1 : ص = -3س + 4$

$ل_2 : 2ص = -6س + 3$ ÷ ٢

$ص = -3س + \frac{3}{2}$

س	٠	١	١-
ص	١,٥	-١,٥	٤,٥

$ل_1 // ل_2 \Leftarrow ل_1 \cap ل_2 = \phi$

$\phi = 2.م.ن$

* لا يجاد عدد الحلول

كما سيعرض المثال السابق

$3س + ص = 4$ ، $-6س + 2ص = 3$

$\frac{3}{-6} = \frac{1}{-2}$ ، $\frac{1}{-2} = \frac{1.5}{-3}$ ، $\frac{3}{-6} = \frac{1.5}{-3}$

$\therefore \frac{3}{-6} = \frac{1.5}{-3}$

∴ المستقيمان متوازيان و غير متقاطعان

∴ عدد الحلول = صفر

010 35366682

مثال ③ أوجد بيانياً مجموعة الحل للمعادلات الآتية

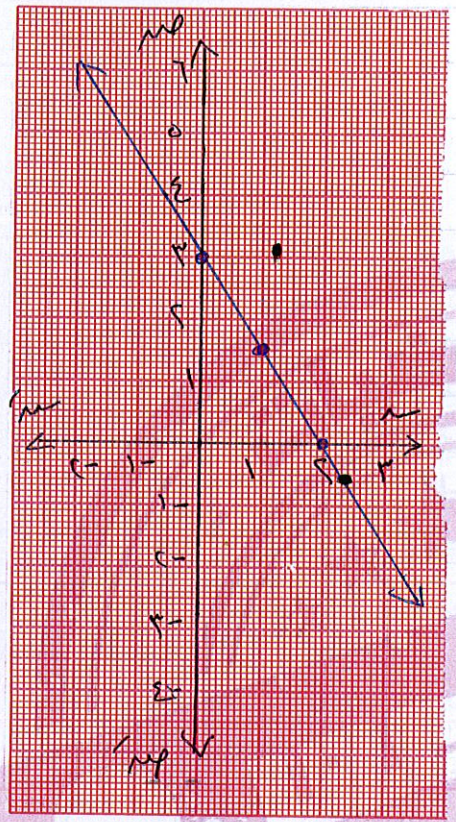
$ل_1 : 3س + 2ص = 6$ ، $ل_2 : ص = -\frac{3}{2}س - 3$

الحل

$ل_1 : 2ص = -3س + 6$ ÷ 2

$ص = -\frac{3}{2}س + 3$

س	0	1	2
ص	3	1,5	0



$ل_2 : ص = -\frac{3}{2}س - 3$

وهى نفس المعادلة ①

والشكل البيانى الموضح يبين أن المعادلتين متطابقتين

$مج = \{(س، ص) : (س، ص) \in ح^2 ، ص = -\frac{3}{2}س - 3\}$

∴ عدد الحلول لا نهائى

أو بإيجاد عدد الحلول:

$3س + 2ص = 6$ ، $ص = -\frac{3}{2}س + 3$

$\frac{أ_1}{أ_2} = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$ ، $\frac{ب_1}{ب_2} = \frac{2}{1} = 2$ ، $\frac{جـ_1}{جـ_2} = \frac{6}{3} = 2$

∴ $\frac{أ_1}{أ_2} = \frac{ب_1}{ب_2} = \frac{جـ_1}{جـ_2}$ ∴ المستقيمان متوازيان ومنطبقان

∴ عدد الحلول = عدد لا نهائى من الحلول

01023636682

ثانياً: حل معادلات الدرجة الأولى في متغيرين جبرياً

مثال: أوجد مجموعة حل المعادلتين: $٢س - ص = ٣$ ، $س + ٢ص = ٤$

الحل

باستخدام طريقة الحذف

$٢س - ص = ٣$ ... ①

$س + ٢ص = ٤$ ... ②

نقوم بحذف المتغير ص وذلك بضرب المعادلة ① × ٢

$٤س - ٢ص = ٦$

$س + ٢ص = ٤$

بالجمع

$٥س = ١٠ \div ٥$ ⟸ $س = ٢$ بالتعويض في ②

$٢ + ٢ص = ٤$

$٢ص = ٢ \div ٢$ ∴ $ص = ١$

$ح.م = \{(٢، ١)\}$

باستخدام طريقة التعويض:

من المعادلة ① $ص = ٢س - ٣$ ... ①

$س + ٢ص = ٤$ ... ②

بالتعويض من ① في ②

$س + ٢(٢س - ٣) = ٤$

$س + ٤س - ٦ = ٤$

$٥س = ١٠ \div ٥$ ⟸ $س = ٢$ بالتعويض في ①

$ص = ٢ \times ٢ - ٣ = ١$

∴ $ح.م = \{(٢، ١)\}$

أوجد قيمتي $أ$، $ب$ علماً بأن $(-٢، ٣)$ حل للمعادلتين
$أ س + ب ص + س^٣ = ٠$ ، $أ س + ب ص + ص^٣ = ٧$

الحل

$\because (-٢، ٣)$ حل للمعادلتين $\therefore$ تحقق كل من المعادلتين

$\therefore -٢أ + ٣ب + ٩ = ٠ \Leftarrow -٢أ + ٣ب = -٩$ ... ①

$-٢أ + ب = ٣$ ... ②

$-٤أ + ٣ب = ٧$ ... ③

بضرب ② × ٢

$-٤أ + ٢ب = ٦$

بالطرح

$ب = -١$

بالتعويض في ①

$-٢أ - ١ = ٣$

$-٢أ = ٤$

$أ = ١$

حل آخر:

$ب = -٢أ - ٣$ ... ①

$-٤أ + ٣ب = -٧$ ... ③

بالتعويض من ① في ③

$-٤أ + ٣(-٢أ - ٣) = -٧$

$-٤أ - ٦أ - ٩ = -٧$

$-١٠أ = ٢$

$أ = ١$

بالتعويض في ①

$ب = -٢ - ٣ = -١$

تطبيقات على حل معادلتين خطيتين في متغيرين

عددان نسبيان مجموعهما ٦٣ والفرق بينهما ١١ أوجد العددين

الحل

نفرض العددين س ، ص ⇐ س + ص = ٦٣ ، س − ص = ١١

∴ س + ص = ٦٣

س − ص = ١١

بالجمع

٢ س = ٧٤ ÷ ٢

س = ٣٧ بالتعويض في ①

٣٧ + ص = ٦٣

∴ ص = ٢٦ ∴ العددين هما ٢٦ ، ٣٧

عددان صحيحان مجموعهما ٥٤ ، ضعف العدد الأول يساوي العدد الثاني

أوجد العددين

الحل نفرض العددين س ، ص

∴ س + ص = ٥٤ ... ①

ص = ٢ س ... ② بالتعويض من ② في ①

∴ س + ٢ س = ٥٤

٣ س = ٥٤ ÷ ٣ ∴ س = ١٨ بالتعويض في ②

∴ ص = ٢ × ١٨ = ٣٦

∴ العددان هما ١٨ ، ٣٦

نلاحظ في المثال ① يكون الأسهل استخدام طريقة الحذف

ونلاحظ في المثال ② تكون طريقة التعويض هي الأسهل

عددان إذا أضيف ثلاثة أمثال العدد الأول إلى ضعف العدد الثاني كان الناتج ٢ وإذا أضيف العدد الأول إلى ثلاثة أمثال العدد الثاني كان الناتج ١٠ فما العددان

الحل نفرض أن العدد الأول هو س والعدد الثاني هو ص

٣س + ٢ص = ٢ ... ①

س + ٣ص = ١٠ ... ② × -٣

٣س + ٢ص = ٢

-٣س - ٩ص = -٣٠

بالجمع

-٧ص = -٢٨

ص = ٤ ÷ -٧

بالتعويض في ②

س + ١٢ = ١٠

س = -٢

العددان هما -٢ ، ٤

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم أوجد مساحة المستطيل

الحل نفرض أن طول المستطيل = س وعرضه = ص

الطول يزيد عن العرض بمقدار ٤

س - ص = ٤ ... ①

٢ س + ص = ١٤ ... ②

بالجمع

٣ س = ١٨ ÷ ٣

س = ٦

بالتعويض في ①

٦ - ص = ٤

ص = ٢

∴ مساحة المستطيل = ٦ × ٢ = ١٢ سم٢

محيط = ٢ × (الطول + العرض)

إذا كان ضعف عدد الطالبات من إحدى المدارس يزيد عن عدد الطلبة بمقدار ٥٠ وكان ثلاثة أمثال عدد الطالبات يقل عن ضعف عدد الطلبة بمقدار ٥٠ أوجد عدد كل من الطلبة والطالبات

الحل

نفرض أن عدد الطلبة = س وعدد الطالبات = ص

ضعف عدد الطالبات يزيد عن عدد الطلبة بمقدار ٥٠

٢ ص ← ـ ← س = ٥٠ ... ①

ثلاثة أمثال عدد الطالبات يقل عن ضعف عدد الطلبة بمقدار ٥٠

٢ س ـ ٣ ص = ٥٠ ... ②

من المعادلة ① ـ س + ٢ ص = ٥٠ "ترتيب" × ٢

∴ ـ ٢ س + ٤ ص = ١٠٠

٢ س ـ ٣ ص = ٥٠

بالجمع

ص = ١٥٠

بالتعويض في ②

٢ س ـ ٤٥٠ = ٥٠

٢ س = ٥٠٠

س = ٢٥٠

عدد الطلبة = ٢٥٠ ، عدد الطالبات = ١٥٠

تذكر

① الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموعهما = ٩٠°

② الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموعهما = ١٨٠°

③ إذا كان العدد س ← ضعف العدد = ٢ س

④ إذا كان العدد س ← ثلاثة أمثال العدد = ٣ س

⑤ إذا كان عمر الأم س سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات س ـ ٥

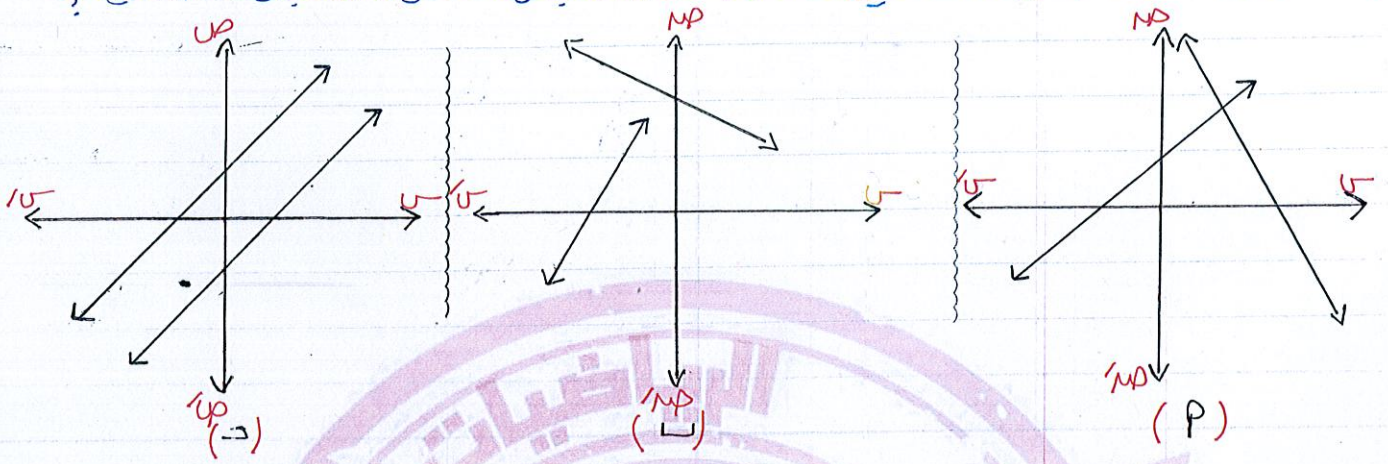
⑥ إذا كان عمر كتزي الأم س سنة فإن عمرها بعد خمس سنوات س + ٥

الرياضيات
01023636682

بسم الله الرحمن الرحيم

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :-

١- اى من الاشكال الآتية يمثل معادلتين من الدرجة الاولى مجموعة حلهما المجموعة الخالية ؟



٢- نقطة تقاطع المستقيمين ص = ٢ ، س + ص = ٦ هى

[(أ) (٢ ، ٦) (ب) (٢ ، ٤) (جـ) (٤ ، ٤) (د) (٤ ، ٢)]

٣- اذا كان للمعادلتين س + ٤ص = ٧ ، ٣س + ك ص = ١٢ عدد لانهائى من الحلول فان ك =

[(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ١٤]

٤- اذا كان س٢ - ص٢ = ٢ (س + ص) حيث (س + ص) ≠ صفر فان س - ص =

[(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨]

٥- مجموعة حل المعادلتين : س - ٢ص = ١ ، ٣س + ص = ١٠ هى

[(أ) {(٥ ، ٢)} (ب) {(٣ ، ١)} (جـ) {(٤ ، ٣)} (د) {(٣ ، ١)}]

٦- مجموعة حل المعادلتين س + ص = صفر ، س - ٥ = صفر فى ح × ح هى

[(أ) {(٠ ، ٥)} (ب) {(٥ ، ٥)} (جـ) {(٥ ، -٥)} (د) {(٥ ، ٥)}]

Math
الأستاذ / أحمد عمر
أ / أحمد عمر
(يا مربيات)
٠١٠٢٣٦٣٦٨٠٣

٧- المستقيمان: ٢س = ٣ ، ٣ص = ٥

[(أ) متعامدان (ب) منطبقان (ج) متوازيان (د) متقاطعان وغير متعامدين]

٨- مجموعة حل المعادلتين س - ص = ٣ ، س + ص = ٥

[(أ) ق (٤ ، ١) } (ب) ق (١ ، ٤) } (ج) ق (٢ ، ٥) } (د) ق (٥ ، ٢) }]

٩- نقطة تقاطع المستقيمين س = ص ، س + ٢ = صفر هى

[(أ) (٢ ، ٢) (ب) (-٢ ، ٢) (ج) (٢ ، -٢) (د) (-٢ ، -٢)]

١٠- مجموعة حل المعادلتين س = ٢ ، س + ص = ٣ هى

[(أ) ق (٢ ، ١) } (ب) ق (٢ ، ٢) } (ج) ق (٢ ، ٥) } (د) ق (١ ، ٢) }]

١١- المستقيمان: ٣س + ٥ص = صفر ٥س - ٣ص = صفر يتقاطعان فى

[(أ) نقطة الاصل (ب) الربع الاول (ج) الربع الثانى (د) الربع الرابع]

١٢- المستقيم س + ٢ = صفر يقطع المستقيم ص + ٥ = صفر فى النقطة

[(أ) (٢ ، ٥) (ب) (-٢ ، -٥) (ج) (٥ ، ٢) (د) (-٥ ، ٢)]

١٣- العدد المكون من رقمين والذى رقم آحاده س ورقم عشراته ص هو

[(أ) س + ص (ب) ١٠س + ص (ج) س + ١٠ص (د) ١٠س ص]

١٤- مستطيل طوله س سم ويزيد طوله على عرضه بمقدار ٣ سم فان مساحة سطحه = سم٢

[(أ) ٣س (ب) س٢ - ٣س (ج) س٢ + ٣س (د) ٥س - ٣]

الأستاذ / أحمد عمر
Math
أ/ أحمد عمر
رياضيات
الصف الأول

١٥- المستطيل الذى طول ضعف عرضه ومحيطه ١٨ سم يكون عرضه مساويًا

[(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٤ $\frac{1}{2}$ (د) ٣]

أسئلة وردت بالاعوام السابقة على الدرس الاول

١٦- مجموعة حل المعادلتين س + ص = ٠ ، ص = ١ معًا هى

[(أ) (-١ ، ١) (ب) {(-١ ، ١)} (جـ) (١ ، -١) (د) {(١ ، -١)}]

١٧- نقطة تقاطع المستقيمين ص = ٣ ، س - ٥ = صفر هى

[(أ) (٣ ، ٥) (ب) {(-٥ ، ٣)} (جـ) (-٣ ، ٥) (د) {(٥ ، ٣)}]

١٨- اذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين: س + ٢ص = ٤ ، ٢س - ك ص = ١ متوازيين فان ك =

[(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ٢ (د) -٢]

١٩- اذا كان للمعادلتين س + ك ص = ٦ ، ٥ س - ص = ٣٠ عدد لانهائى من الحلول فى ح × ح فان ك =

[(أ) ٥ (ب) -٥ (جـ) $\frac{1}{5}$ (د) $-\frac{1}{5}$]

٢٠- المستقيمان س س = ٧ ، ٢ص = ٩

[(أ) متوازيان (ب) منطبقان (جـ) متقاطعان وغير متعامدين (د) متعامدان]

٢١- عدد حلول المعادلتين: س - $\frac{1}{2}$ ص = ٤ ، ٢س - ص = ٢ فى ح^{٢} هو

[(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) عدد لانهائى (د) صفر]

٢٢- مجموعة حل المعادلتين ص = ٥ ، س = ٢ هى

[(أ) (٥ ٢) (ب) (٢ ٥) (جـ) {(٢ ، ٥)} (د) {(٥ ، ٢)}]

٢٣- إذا كان (١ ، ٢) أحد حلول المعادلة ٢ س + أ ص = ٦ فإن أ =

[(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) ٤ (د) ٦]

٢٤- نقطة تقاطع المستقيمين ٢ س + ص = ٣ ، س - ٢ ص = ٤ تقع فى الربع

[(أ) الاول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع]

٢٥- العدد الذى رقم آحاده س ورقم عشراته ص تكون قيمته

[(أ) س ص (ب) س + ١٠ ص (جـ) ص + ١٠ س (د) س + ص]

٢٦- إذا كانت المعادلتان س - ص = ٤ ، ص - س = ك لهما عدد لا نهائى من الحلول فإن ك =

[(أ) صفر (ب) ٤ (جـ) -٤ (د) ١]

01023636682

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

اوجد جبريًا مجموعة حل المعادلتين في ح × ح

١ ص = س + ٤ ، ٢ س + ص = ٤

الحل

ص = س + ٤ ... ①

س + ص = ٤ ... ②

بالتعويض من ① في ②

س + س + ٤ = ٤

٢ س + ٤ = ٤

٢ س = ٤ − ٤ = ٠

س = ٠ ((بطريقة التعويض))

بالتعويض في ①

ص = ٠ + ٤

ص = ٤

م٠ = {(٠، ٤)}

((بطريقة الحذف))

ص = س + ٤ ، ٢ س + ص = ٤

ص − س = ٤ ... ①

س + ص = ٤ ... ②

بالجمع

٢ ص = ٨ ÷ ٢

ص = ٤

بالتعويض في ①

٤ − س = ٤

س = ٤ − ٤ = صفر

س = صفر

م٠ = {(٠، ٤)}

٢ ٣ س − ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣

الحل

ص = ٢ س + ٣ ... ①

٣ س − ص + ٤ = ٠ ... ②

بالتعويض من ① في ②

٣ س − (٢ س + ٣) + ٤ = ٠

٣ س − ٢ س − ٣ + ٤ = ٠

س + ١ = ٠ ((بطريقة التعويض))

س = −١

بالتعويض في ①

ص = ٢ × −١ + ٣

ص = ١

م٠ = {(−١، ١)}

((بطريقة الحذف))

٣ س − ص + ٤ = ٠ ، ص = ٢ س + ٣

٣ س − ص = −٤ ... ①

ص − ٢ س = ٣ ... ②

بالجمع

−س = ١

س = −١

بالتعويض في ①

٣ × −١ − ص = −٤

−٣ − ص = −٤

−ص = −٤ + ٣ = −١

ص = ١

م٠ = {(−١، ١)}

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

أوجد جبريًا مجموعة حل المعادلتين في ح × ح

٣ ٢س + ص = ١ ، س + ٢ص = ٥

الحل

∴ ٢س + ص = ١ ، س + ٢ص = ٥

ص = ١ − ٢س ... ①

س + ٢ص = ٥ ... ②

بالتعويض في ① من ② في ②

س + ٢(١ − ٢س) = ٥

س + ٢ − ٤س = ٥

−٣س + ٢ = ٥ (بطريقة التعويض)

−٣س = ٥ − ٢ = ٣

س = −١

بالتعويض في ①

٢ × −١ + ص = ١

ص = ١ + ٢ = ٣

م.ح = {(−١ ، ٣)}

---

٤ ٢س − ص = ٣ ، س + ٢ص = ٤

الحل

٢س − ص = ٣ ... ①

س = ٤ − ٢ص ... ②

بالتعويض من ② في ①

٢(٤ − ٢ص) − ص = ٣ (طريقة التعويض)

٨ − ٤ص − ص = ٣

−٥ص = ٣ − ٨ = −٥

ص = ١

٢س − ١ = ٣

٢س = ٤

س = ٢

م.ح = {(٢ ، ١)}

٢س + ص = ١ ... ① بالضرب × −٢

س + ٢ص = ٥ ... ②

−٤س = −ص = −٢

بالجمع

−٣س = ٣

س = −١

بالتعويض في ① (بطريقة الحذف)

٢ × −١ + ص = ١

−٢ + ص = ١

ص = ١ + ٢ = ٣

م.ح = {(−١ ، ٣)}

٢س − ص = ٣ ... ① بالضرب × ٢

س + ٢ص = ٤ ... ②

٤س − ٢ص = ٦

بالجمع

٥س = ١٠

س = ٢

بالتعويض في ١

٢ × ٢ − ص = ٣

ص = ١

− ص = ٣ − ٤ = −١

م.ح = {(٢ ، ١)}

01023636682

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

٥ $3س + 4ص = 24$ ، $س - 2ص = -2$

الحل

$3س + 4ص = 24$ ... ①

$س = -2 + 2ص$ ... ②

بالتعويض من ② في ①

$3(-2 + 2ص) + 4ص = 24$

$-6 + 6ص + 4ص = 24$

$10ص - 6 = 24$

$10ص = 24 + 6 = 30$ ÷ 10

$ص = 3$

(طريقة التعويض)

بالتعويض في ②

$س = -2 + 2 \times 3$

$س = -2 + 6$

$س = 4$

م.ح = {(4، 3)}

(طريقة الحذف)

$س - 2ص = -2$ ... ① بالضرب × -3

$3س + 4ص = 24$ ... ②

$-3س + 6ص = 6$

بالجمع

$10ص = 30$ ÷ 10

$ص = 3$

بالتعويض في ①

$س - 2 \times 3 = -2$

$س - 6 = -2$

$س = -2 + 6$

$س = 4$

م.ح = {(4، 3)}

---

٦ $س - ص = 4$ ، $3س + 2ص = 7$

الحل

$س = 4 + ص$ ... ①

$3س + 2ص = 7$ ... ②

بالتعويض من ① في ②

$3(4 + ص) + 2ص = 7$ **(طريقة التعويض)**

$12 + 3ص + 2ص = 7$

$5ص + 12 = 7$

$5ص = 7 - 12 = -5$

$ص = -1$ بالتعويض في ①

$س = 4 + (-1)$ $س = 3$

م.ح = {(3، -1)}

(طريقة الحذف)

$س - ص = 4$ ... ① بالضرب × 2

$3س + 2ص = 7$ ... ②

$2س - 2ص = 8$

بالجمع

$5س = 15$ ÷ 5

$س = 3$

بالتعويض في ①

$3 - ص = 4$

$-ص = 1$ $ص = -1$

م.ح = {(3، -1)}

01223636682

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

٧ $\frac{س}{٦} + \frac{ص}{٣} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{س}{٢} + \frac{٢ص}{٣} = ١$

الحل

بضرب المعادلتين × ٦

$\frac{٦س}{٦} + \frac{٦ص}{٣} = \frac{٦}{٣}$ ، $\frac{٦س}{٢} + \frac{١٢ص}{٣} = ٦$

$س + ٢ص = ٢$ ، $٣س + ٤ص = ٦$

$س = ٢ - ٢ص$ ...①

$٣س + ٤ص = ٦$ ...②

بالتعويض من ① في ②

$٣(٢ - ٢ص) + ٤ص = ٦$

$٦ - ٦ص + ٤ص = ٦$

$-٢ص = ٦ - ٦$

$-٢ص = ٠$ ((طريقة التعويض))

$ص = ٠$

بالتعويض في ① $س = ٢ - ٢ \times ٠$

$س = ٢$ م.ح $= \{(٢، ٠)\}$

((طريقة الحذف))

بضرب المعادلتين × ٦

$\frac{٦س}{٦} + \frac{٦ص}{٣} = \frac{٦}{٣}$ ، $\frac{٦س}{٢} + \frac{١٢ص}{٣} = ٦$

$س + ٢ص = ٢$ ، $٣س + ٤ص = ٦$

$س + ٢ص = ٢$ ...① بالضرب × -٣

$٣س + ٤ص = ٦$ ...②

$-٣س - ٦ص = -٦$

بالجمع

$-٢ص = ٠$

$ص = ٠$

بالتعويض في ①

$س + ٢ \times ٠ = ٢$

$س = ٢$

م.ح $= \{(٢، ٠)\}$

٨ $س + ٢ص = ٨$ ، $٣س + ص = ٩$

$س = ٨ - ٢ص$ ...①

$٣س + ص = ٩$ ...②

بالتعويض من ① في ②

$٣(٨ - ٢ص) + ص = ٩$

$٢٤ - ٦ص + ص = ٩$

$٢٤ - ٥ص = ٩$ ((طريقة التعويض))

$-٥ص = ٩ - ٢٤ = -١٥$

$ص = ٣$

بالتعويض في ① $س = ٨ - ٢ \times ٣$

$س = ٢$ م.ح $= \{(٢، ٣)\}$

((طريقة الحذف))

$س + ٢ص = ٨$ ...① بالضرب × -٣

$٣س + ص = ٩$ ...②

$-٣س - ٦ص = -٢٤$

بالجمع

$-٥ص = -١٥$ ÷ -٥

$ص = ٣$

بالتعويض في ①

$س + ٢ \times ٣ = ٦$

$س + ٦ = ٨$ $س = ٨ - ٦$

$س = ٢$ م.ح $= \{(٢، ٣)\}$

Math
الأستاذ / أحمد عمر
٠١٠٢٣٦٣٦٦٨

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيا وجبريا

٩ $٣س + ٤ص = ١١$ ، $٢س + ص - ٤ = ٠$

$٣س + ٤ص = ١١$ ...①

$ص = -٢س + ٤$ ...②

بالتعويض من ② في ①

$٣س + ٤(-٢س + ٤) = ١١$

$٣س - ٨س + ١٦ = ١١$

$-٥س + ١٦ = ١١$

$-٥س = ١١ - ١٦ = -٥$ ÷ -٥

$س = ١$

بالتعويض في ① ((طريقة التعويض))

$٣ \times ١ + ٤ص = ١١$

$٣ + ٤ص = ١١$

$٤ص = ١١ - ٣ = ٨$ ÷ ٤

$ص = ٢$

$م ∩ ج = \{(١، ٢)\}$

((طريقة الحذف))

$٢س + ص = ٤$ ...① بالضرب × -٤

$٣س + ٤ص = ١١$ ...②

$-٨س - ٤ص = -١٦$

بالجمع

$-٥س = -٥$

$س = ١$

بالتعويض في ①

$٢ \times ١ + ص = ٤$

$٢ + ص = ٤$

$ص = ٤ - ٢$

$ص = ٢$

$م ∩ ج = \{(١، ٢)\}$

إذا كانت $د(س) = أ س^{٢} + ب$ وكانت $د(١) = ٥$ ، $د(٢) = ١١$ فأوجد قيمتي أ ، ب

$د(١) = أ + ب = ٥$ ، $د(٢) = ٤أ + ب = ١١$

$أ + ب = ٥$

$٤أ + ب = ١١$

$أ + ب = ٥$ ...① بالضرب × -١

$٤أ + ب = ١١$ ...②

$-أ - ب = -٥$

بالجمع

$٣أ = ٦$

$أ = ٢$ بالتعويض في ①

$٢ + ب = ٥$

$ب = ٥ - ٢$

$ب = ٣$

Math

الأستاذ / أحمد عمر

01023...

حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا

إذا كان: (أ ، ب) حلًا للمعادلتين: ٣س − ص = ٥ ، س + ص = −١

فأوجد قيمتي أ ، ب

الحل النقطة (أ ، ب) تحقق

٣أ − ٢ب = ٥ ، أ + ٢ب = −١

٣أ − ٢ب = ٥ ... ①

أ + ٢ب = −١ ... ②

بالجمع

٤أ = ٤ ÷ ٤

أ = ١ (طريقة الحذف)

بالتعويض في ①

٣ × ١ − ٢ب = ٥

٣ − ٢ب = ٥

−٢ب = ٥ − ٣ = ٢ ÷ −٢

ب = −١

النقطة (أ ، ب) تحقق

٣أ − ص = ٥ ، أ + ص = −١

٣أ − ٢ب = ٥ ... ①

أ = −١ − ٢ب ... ②

بالتعويض من ② في ①

٣(−١ − ٢ب) − ٢ب = ٥

−٣ − ٦ب − ٢ب = ٥

−٨ب − ٣ = ٥ (طريقة التعويض)

−٨ب = ٥ + ٣ = ٨ ÷ −٨

ب = −١

بالتعويض في ①

أ = −١ − ٢ × −١

أ = ١

أوجد قيمة كل من أ ، ب فيما يأتي:

أس + ب ص = ٥ ، ٣أس + ب ص = ١٧ علمًا بأن (٣ ، −١) حل المعادلتين

النقطة (٣ ، −١) تحقق

٣أ − ب = ٥ ... ①

٩أ − ب = ١٧ ... ②

بالتعويض من ① في ②

٩أ − ٣أ + ٥ = ١٧

٦أ + ٥ = ١٧ (طريقة التعويض)

٦أ = ١٢ ÷ ٦

أ = ٢

بالتعويض في ① ب = ٣ × ٢ − ٥

ب = ١

بالضرب × −١

٩أ − ب = ١٧ ... ②

−٣أ + ب = ٥ ...

بالجمع

٦أ = ١٢ ÷ ٦

أ = ٢ (طريقة الحذف)

بالتعويض في ① ٣ × ٢ − ب = ٥

٦ − ب = ٥

−ب = ٥ − ٦ = −١

ب = ١

١٩

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجه الاولى فى متغيرين

١ عددان نسبيان مجموعهما ٦٣ والفرق بينهما ١١ اوجد العددين

نفرض ان العددان النسبيان هما س ، ص

س + ص = ٦٣ ... ① ، س - ص = ١١

س - ص = ١١ ... ②

بالجمع

٢س = ٧٤ ÷ ٢

س = ٣٧ بالتعويض فى ①

∴ ٣٧ + ص = ٦٣

∴ ص = ٦٣ - ٣٧ = ٢٦

∴ العددان هما ٣٧ ، ٢٦

٢ عددان اذا أضيف ثلاثه امثال العدد الاول الى ضعف العدد الثانى كان الناتج ١٣ واذا أضيف العدد الاول الى ثلثه أمثال العدد الثانى كان الناتج ١٦ فما العددان

نفرض ان العدد الاول س ، العدد الثانى ص

∴ ٣س + ٢ص = ١٣ ... ① ، س + ٣ص = ١٦ بالضرب × -٣

-٣س - ٩ص = -٤٨ ... ②

بالجمع

-٧ص = -٣٥ ÷ -٧

ص = ٥

بالتعويض فى ①

٣س + ٢ × ٥ = ١٣

∴ ٣س + ١٠ = ١٣

∴ ٣س = ١٣ - ١٠ = ٣ بالقسمه ÷ ٣

∴ س = ١

∴ العددان هما ٥ ، ١

01023636682

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين

٣ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ، فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم أوجد مساحة المستطيل

نفرض ان طول المستطيل س سم ، عرض المستطيل ص سم

∴ س − ص = ٤ ... ①

∵ محيط المستطيل = ٢ (س + ص) = ٢٨ ÷ ٢

∴ س + ص = ١٤ ... ②

س − ص = ٤ ... ①

بالجمع

٢س = ١٨

س = ٩ بالتعويض فى ①

٩ − ص = ٤

∴ ص = ٥ ∴ مساحة المستطيل = س × ص

∴ مساحة المستطيل = ٩ × ٥ = ٤٥ سم٢

٤ اذا كان عدد الفرق الرياضية المشاركة فى بطولة كأس الامم الافريقية ١٦ فريقاً ، وكان عدد الفرق غير العربية يزيد عن ثلاثة أمثال عدد الفرق العربية بمقدار ٤ أوجد عدد الفرق العربية المشاركة فى البطولة

نفرض ان عدد الفرق العربية س ، عدد الفرق غير العربية ص

∴ س + ص = ١٦ ... ① ، ص − ٣س = ٤ ... ② بالضرب × −١

− ص + ٣س = − ٤ ... ②

بالجمع

٤س = ١٢ ÷ ١٢

س = ٣

∴ عدد الفرق العربية المشاركة فى البطولة = ٣

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجه الأولى فى متغيرين

٥ اذا كان ضعف عدد الطالبات فى احدى المدارس يزيد عن عدد الطلبه بمقدار ٥٠ وكان ثلاثه امثال عدد الطالبات يقل عن ضعف عدد الطلبه بمقدار ٥٠ أوجد عدد كل من الطلبه والطالبات

نفرض ان عدد الطالبات س ، عدد الطلبه ص

∴ ٢س - ص = ٥٠ ـــ ① ، ٢ص - ٣س = ٥٠

∴ ٢ص - ٣س = ٥٠ ② ٢س - ص = ٥٠ بالضرب × ٢

٤س - ٢ص = ١٠٠ ③

بالجمع

س = ١٥٠ ∴ عدد الطالبات = ١٥٠

بالتعويض فى ①

∴ ٢ص - ٣ × ١٥٠ = ٥٠

∴ ٢ص = ٥٠ + ٤٥٠ = ٥٠٠ ÷ ٢

∴ ص = ٢٥٠ ∴ عدد الطلبه = ٢٥٠

٦ زاويتان متكاملتان ضعف قياس أحدهما يساوى سبعه أمثال قياس الصغرى أوجد قياس كل زاويه

نفرض ان الزاويتان هما س ، ص ، الزاويه الكبرى س ، الزاويه الصغرى ص

∴ س + ص = ١٨٠ ـــ ① ، ٢س = ٧ص ـــ ②

∴ س + ص = ١٨٠ بالضرب × -٢

٢س - ٧ص = صفر

-٢س - ٢ص = -٣٦٠

بالجمع

-٩ص = -٣٦٠ بالقسمه ÷ -٩

ص = ٤٠ بالتعويض فى ①

س + ٤٠ = ١٨٠

س = ١٤٠

∴ الزاويتان هما ٤٠° ، ١٤٠°

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

٧ زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسهما ٥٠° أوجد قياس كل منهما

نفرض ان الزاويتان هما س ، ص

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ مجموع الزاويتان الحادتان = ١٨٠ − ٩٠ = ٩٠°

∴ س + ص = ٩٠ ..... ① ، س − ص = ٥٠ ..... ②

∴ س − ص = ٥٠

بالجمع

٢س = ١٤٠ ÷ ٢

س = ٧٠° بالتعويض في ①

∴ ٧٠ + ص = ٩٠

∴ ص = ٩٠ − ٧٠ = ٢٠°

∴ قياس كل زاوية منهما ٧٠° ، ٢٠°

---

٨ زاويتان متتامتان ، رسم شكل احداهما يزيد عن نصف قياس الاخرى بمقدار ١٨°

أوجد قياس كل منهما

نفرض ان قياس الزاويتان هما س ، ص

∴ س + ص = ٩٠ ..... ① ، ٣س − $\frac{ص}{٢}$ = ١٨ بالضرب × ٢

∴ ٦س − ص = ٣٦

بالجمع

٧س = ١٤٦ ÷ ٧

س = ١٨ بالتعويض في ①

∴ ١٨ + ص = ٩٠

∴ ص = ٩٠ − ١٨ = ٧٢°

∴ ص = ٧٢°

∴ قياس كل منهما = ١٨° ، ٧٢°

الرياضيات 01023636682

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الاولى فى متغيرين

٩ عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١ واذا عكس وضع الرقمين فإن العدد الناتج يزيد عن العدد الاصلى بمقدار ٢٧ فما العدد الاصلى

نفرض ان عدد الاحاد هو س ، عدد العشرات هو ص

∴ س + ص = ١١ ---①

∵ العدد الاصلى = س + ١٠ ص

اذا عكس وضع الرقمين = ص + ١٠ س

∴ ص + ١٠ س - س - ١٠ ص = ٢٧

∴ -٩ ص + ٩ س = ٢٧ ÷ ٩

∴ -ص + س = ٣

س + ص = ١١

بالجمع

٢ س = ١٤ ÷ ٢ ∴ س = ٧

بالتعويض فى ①

٧ + ص = ١١ ∴ ص = ٤

∴ العدد الاصلى = ٤٧

---

١٠ اذا كان مجموع عمرى احمد واسامه الان ٤٣ سنه وبعد ٥ سنوات يكون الفرق بينهما عمريهما ٣ سنوات أوجد عمر كل منهما بعد ٧ سنوات

نفرض ان عمر احمد الان = س سنه ، عمر اسامه الان = ص سنه

∴ س + ص = ٤٣ ② (س + ٥) - (ص + ٥) = ٣

∴ س - ص = ٣ ---③

بجمع ① ، ③ ∴ ٢ س = ٤٦ ∴ س = ٢٣ بالتعويض فى ③ ∴ ص = ٢٠

∴ عمر احمد الان = ٢٣ سنه ، عمر اسامه الان ٢٠ سنه

∴ عمر احمد بعد ٧ سنوات = ٢٣ + ٧ = ٣٠ سنه

، عمر أسامه بعد ٧ سنوات = ٢٠ + ٧ = ٢٧ سنه

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجه الاولى فى متغيرين

١١ عدد نسبى اذا طرح من كل من بسطه ومقامه واحد أصبح العدد النسبى مساويًا $\frac{1}{2}$ ، واذا أضيف الى المقام ٥ أصبح العدد النسبى مساويًا $\frac{1}{3}$ أوجد العدد النسبى

نفرض ان البسط هو س ، المقام هو ص

$\therefore \frac{س-1}{ص-1} = \frac{1}{2}$ $\therefore$ س − ١ = $\frac{ص-1}{2}$ ... ①

$\frac{س}{ص+5} = \frac{1}{3}$ $\therefore$ س = $\frac{ص+5}{3}$ ... ②

بضرب ① ، ② × ٦

$\therefore$ ٦س − ٦ = ٣ص − ٣ ، ٦س = ٢ص + ١٠

$\therefore$ ٦س − ٣ص = −٣ + ٦ = ٣ ، ٦س − ٢ص = ١٠

$\therefore$ ٦س − ٣ص = ٣ ÷ ٣

$\therefore$ ٢س − ص = ١ ... ③ بالضرب × −١

٦س − ٢ص = ١٠ ÷ ٢

٣س − ص = ٥ ... ④

−٢س + ص = −١

بالجمع

$\therefore$ س = ٤ بالتعويض فى ③

$\therefore$ ٢ × ٤ − ص = ١ $\therefore$ −ص = −٧ $\therefore$ ص = ٧

العدد النسبى هو $\frac{4}{7}$

١٢ مستطيل محيطه ٢٤سم ، واذا نقص طوله ٤سم وزاد عرضه ٢سم صار مربعًا أوجد مساحه المربع

نفرض ان طول المستطيل = س ، عرضه = ص

$\therefore$ س + ص = ٢٤ ÷ ٢ = ١٢ ، س − ٤ = ص + ٢

$\therefore$ س − ص = ٦ ... ②

بالجمع

٢س = ١٨ $\therefore$ س = 9 بالتعويض فى ①

$\therefore$ 9 + ص = ١٢ $\therefore$ ص = ٣

$\therefore$ طول ضلع المربع = 9 − ٤ = ٥ $\therefore$ مساحه المربع = ٥ × ٥ = ٢٥ سم٢

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين جبريًا

أوجد فى ح مجموعه حل كل من المعادلات الاتيه باستخدام القانون العام

١ $س^{٢} + ٧س + ٢ = ٠$ ((مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد))

الحل

$\because أ = ١ \quad ، ب = ٧ \quad ، جـ = ٢$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٧ \pm \sqrt{٧^{٢} - ٤ \times ١ \times ٢}}{٢ \times ١} = \frac{-٧ \pm \sqrt{٤٩ - ٨}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٧ \pm \sqrt{٤١}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٧ + \sqrt{٤١}}{٢} \simeq -٠,٣$ أو $س = \frac{-٧ - \sqrt{٤١}}{٢} \simeq -٦,٧$

م٠ح = {$-٠,٣$ ، $-٦,٧$}

٢ $س^{٢} - ٤س + ١ =$ صفر ((مقربًا الناتج لأقرب رقمين عشريين))

الحل

$\because أ = ١ \quad ، ب = -٤ \quad ، جـ = ١$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^{٢} - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١} = \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٤}}{٢}$

$\therefore س = \frac{٤ + \sqrt{١٢}}{٢}$ أو $س = \frac{٤ - \sqrt{١٢}}{٢}$

$\therefore س \simeq ٣,٧٣$ أو $س \simeq ٠,٢٧$

م٠ح = {٣,٧٣ ، ٠,٢٧}

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين جبريًا

أوجد فى ح مجموعه حل كل من المعادلات الاتيه باستخدام القانون العام

٣) $٢س^{٢} - ٤س + ١ = صفر$ ((مقربًا الناتج لثلاثه ارقام عشريه))

الحل

$P = ٢ \quad ، \quad ب = -٤ \quad ، \quad جـ = ١$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ P جـ}}{٢P}$

$س = \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ١}}{٢ \times ٢} = \frac{٤ \pm \sqrt{١٦ - ٨}}{٤}$

$س = \frac{٤ + \sqrt{٨}}{٤} \simeq ١,٧٠٧$ أو $س = \frac{٤ - \sqrt{٨}}{٤} \simeq ٠,٢٩٣$

م٠ ح = {٠,٢٩٣ ، ١,٧٠٧}

٤) $٣س^{٢} - ٦س + ١ = صفر$ ((مقربًا الناتج لثلاثه ارقام عشريه))

الحل

$\because P = ٣ \quad ، \quad ب = -٦ \quad ، \quad جـ = ١$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ P جـ}}{٢P}$

$\therefore س = \frac{-(-٦) \pm \sqrt{(-٦)^{٢} - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣} = \frac{٦ \pm \sqrt{٣٦ - ١٢}}{٦}$

$\therefore س = \frac{٦ + \sqrt{٢٤}}{٦} \simeq ١,٨١٦$ أو $س = \frac{٦ - \sqrt{٢٤}}{٦} \simeq ٠,١٨٤$

م٠ ح = {٠,١٨٤ ، ١,٨١٦}

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين جبريًا

اوجد فى ح مجموعه حل كل من المعادلات الاتيه باستخدام القانون العام

٥) $س^{٢} + ٨س + ٩ = ٠$ حيث: $\sqrt{٧} \simeq ٢,٦٥$

الحل

$\because أ = ١ ، ب = ٨ ، جـ = ٩$

$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{٨^{٢} - ٤ \times ١ \times ٩}}{٢ \times ١} = \frac{-٨ \pm \sqrt{٦٤ - ٣٦}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{٢٨}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٨ + \sqrt{٢٨}}{٢} = -٤ + \sqrt{٧}$ أو $س = \frac{-٨ - \sqrt{٢٨}}{٢} = -٤ - \sqrt{٧}$

$\because \sqrt{٧} \simeq ٢,٦٥$ ، $س = -٤ + \sqrt{٧}$ أو $س = -٤ - \sqrt{٧}$

$\therefore س \simeq -٤ + ٢,٦٥ = -١,٣٥$ أو $س \simeq -٤ - ٢,٦٥ = -٦,٦٥$

$\therefore م \cap ح = \{-٦,٦٥ ، -١,٣٥\}$

ـــ // ـــ // ـــ // ـــ // ـــ // ـــ // ـــ // ـــ // ـــ // ـــ //

٦) $٢س^{٢} + ٨س - ٤ = ٠$

$\because أ = ٢ ، ب = ٨ ، جـ = -٤$

$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{٨^{٢} - (٤ \times ٢ \times (-٤))}}{٢ \times ٢} = \frac{-٨ \pm \sqrt{٦٤ - (-٣٢)}}{٤}$

$\therefore س = \frac{-٨ \pm \sqrt{١٢}}{٤} = \frac{-٨ \pm ٩}{٤}$

$\therefore س = \frac{-٨ + ٩}{٤} = \frac{١}{٤}$ ، $س = \frac{-٨ - ٩}{٤} = -٤$

$\therefore م \cap ح = \{\frac{١}{٤} ، -٤\}$

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين جبريًا

أوجد فى ح مجموعه حل كلا من المعادلات الاتيه باستخدام القانون العام

١) $س^{٢} = ٦س - ٧$ ((مقربًا الناتج لثلاثه ارقام عشريه))

الحل

$\therefore س^{٢} - ٦س + ٧ =$ صفر

$\therefore أ = ١ ، ب = -٦ ، جـ = ٧$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$س = \frac{-(-٦) \pm \sqrt{(-٦)^{٢} - ٤ \times ١ \times ٧}}{٢ \times ١} = \frac{٦ \pm \sqrt{٣٦ - ٢٨}}{٢}$

$\therefore س = \frac{٦ + \sqrt{٨}}{٢} \simeq ٤,٨١٤$ أو $س = \frac{٦ - \sqrt{٨}}{٢} \simeq ١,٨٥٦$

مـ ح = {٤,٨١٤ ، ١,٨٥٦}

---

٢) $س(س - ١) = ٤$ ((مقربًا الناتج لثلاثه أرقام عشريه))

$س^{٢} - س = ٤$ $\therefore س^{٢} - س - ٤ =$ صفر

$\therefore أ = ١ ، ب = -١ ، جـ = -٤$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-(-١) \pm \sqrt{(-١)^{٢} - ٤ \times ١ \times (-٤)}}{٢ \times ١} = \frac{١ \pm \sqrt{١ - (-١٦)}}{٢} = \frac{١ \pm \sqrt{١٧}}{٢}$

$\therefore س = \frac{١ + \sqrt{١٧}}{٢} \simeq ٢,٥٦١$ أو $س = \frac{١ - \sqrt{١٧}}{٢} \simeq -١,٥٦٢$

$\therefore$ مـ ح = {٢,٥٦١ ، -١,٥٦٢}

Math
الأستاذ / أحمد عمر

٣٩ حل معادلة من الدرجة الثانية فى متغيرين جبريًا

اوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية مستخدمًا القانون العام

٩) $س - ٣ = \frac{-١}{س}$ ((لأقرب ثلاثة ارقام عشرية))

الحل

$\because س - ٣ = \frac{-١}{س}$ بالضرب × س

$\therefore س^{٢} - ٣س = -١$

$\therefore س^{٢} - ٣س + ١ = صفر$

$\therefore أ = ١ ، ب = -٣ ، جـ = ١$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$س = \frac{-(-٣) \pm \sqrt{(-٣)^{٢} - ٤ \times ١ \times ١}}{٢ \times ١} = \frac{٣ \pm \sqrt{٩ - ٤}}{٢}$

$\therefore س = \frac{٣ + \sqrt{٥}}{٢} \simeq ٢,٦١٨$ ، $\frac{٣ - \sqrt{٥}}{٢} \simeq ٠,٣٨٢$

$\therefore م.ج = \{٢,٦١٨ ، ٠,٣٨٢\}$

١٠) $س^{٢} + ٣س + ٥ = صفر$

الحل

$أ = ١ ، ب = ٣ ، جـ = ٥$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$\therefore س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٣^{٢} - ٤ \times ٥ \times ١}}{٢ \times ١} = \frac{-٣ \pm \sqrt{٩ - ٢٠}}{٢}$

$\therefore س = \frac{-٣ \pm \sqrt{-١١}}{٢}$

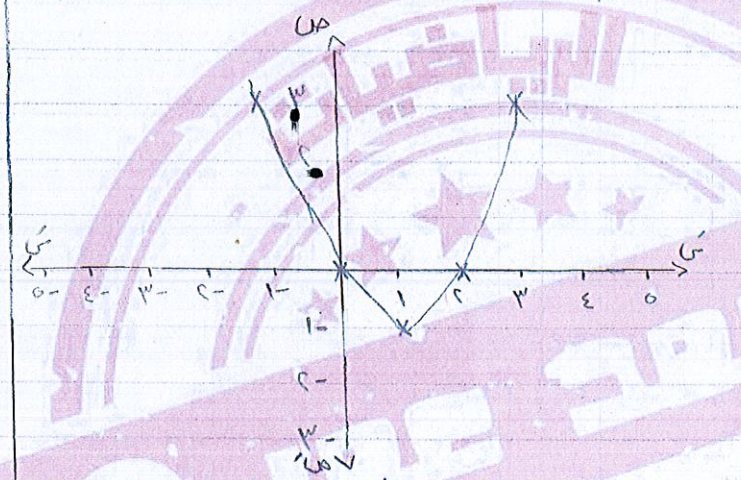
$\therefore م.ج = \{\} = \varnothing$

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين بيانيًا

١) مثل بيانيًا الداله د : د(س) = س^{٢} − ٢س فى الفتره [−١ ، ٣]

ومن الرسم أوجد مجموعه حل المعادله : س^{٢} − ٢س = ٠

س	−١	صفر	١	٢	٣
د (س)	٣	صفر	−١	صفر	٣

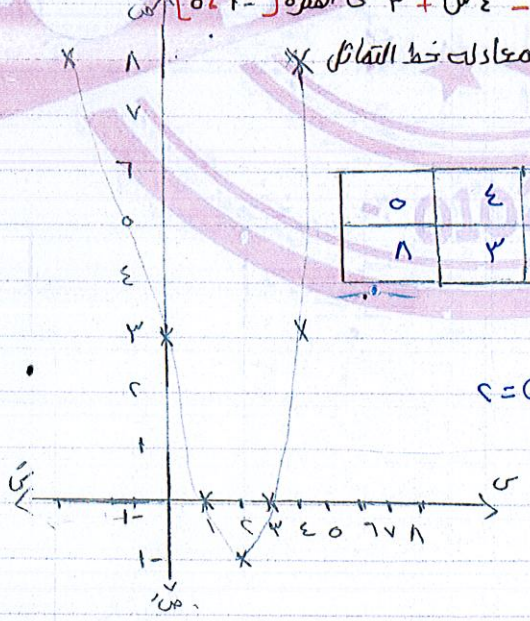


منه الرسم م.ح = {٠ ، ٢}

٢) ارسم الشكل البيانى للداله د : د(س) = س^{٢} − ٤س + ٣ فى الفتره [−١ ، ٥]

ومن الرسم اوجد ١) القيمه الصغرى للداله ٢) معادله خط التماثل

٣) مجموعه حل المعادله : د(س) = ٠



س	−١	٠	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	٨	٣	٠	−١	٠	٣	٨

من الرسم ١) القيمه الصغرى = −١

٢) معادله محور التماثل هى : س = ٢

٣) م.ح = {١ ، ٣}

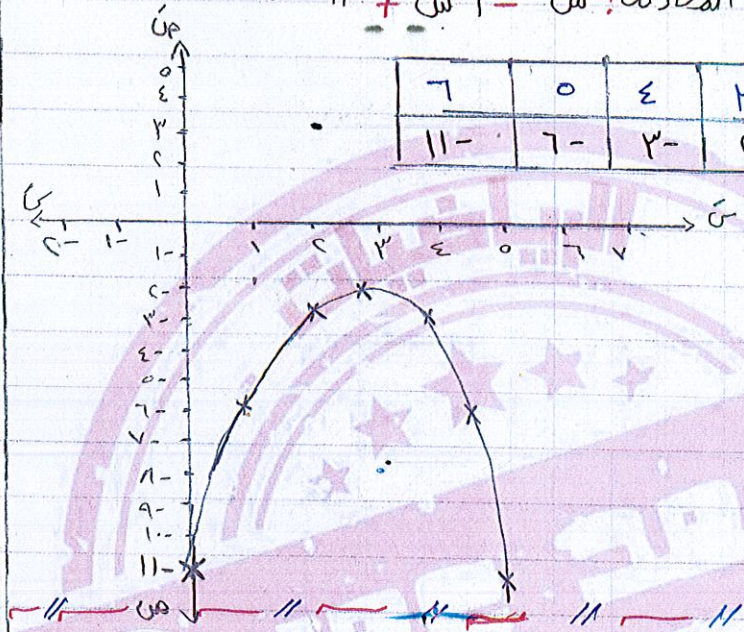
٣

حل معادله من الدرجه الثانيه فى متغيرين بيانيًا

[٣] ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = −س² + ٦س − ١١ فى الفتره [٠، ٦]

ومن الرسم أوجد مجموعه حل المعادله : س² − ٦س + ١١ = ٠

س	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
د(س)	−١١	−٦	−٣	−٢	−٣	−٦	−١١

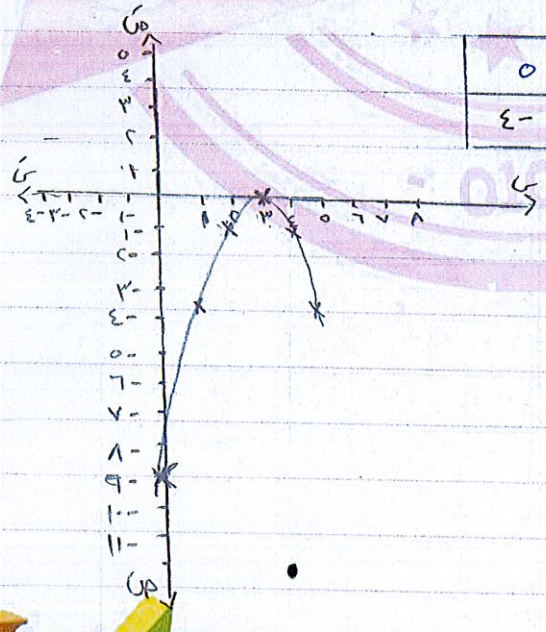


من الرسم : م.ح = ∅

ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = ٦س − س² − ٩ فى الفتره [٠، ٥]

ومن الرسم أوجد [١] القيمه العظمى أو الصغرى للدالة [٢] مجموعه حل المعادله : ٦س − س² − ٩ = ٠

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
د(س)	−٩	−٤	−١	٠	−١	−٤



من الرسم :

١) القيمه العظمى = صفر

٢) م.ح = {٣، ٣}

حل معادلتين في متغيرين احدهما من الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

٣٤

١) $س - ص = ٠$ ، $س^٢ + ٢ص + ص^٢ = ٢٧$ ... ②

$س = ص$ ... ①

بالتعويض في ② من ①

$ص^٢ + ص(ص) + ص^٢ = ٢٧$

$ص^٢ + ص^٢ + ص^٢ = ٢٧$

$٣ص^٢ = ٢٧$ ÷ ٣

$ص^٢ = ٩$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$س = \pm ٣$

بالتعويض في ① ∴ $ص = ٣$ عندما $س = ٣$ ، $ص = -٣$ عندما $س = -٣$

∴ م.ح = {(٣، ٣)، (-٣، -٣)}

٢) $س + ص = ٠$ ، $ص^٢ = ٢$ ... ①

$س = -ص$ ... ② بالتعويض من ② في ①

$ص^٢ = -ص$ ∴ $ص^٢ + ص = ٠$

∴ $ص(ص + ١) = ٠$ ∴ $ص = ٠$ ، $ص + ١ = ٠$ ∴ $ص = -١$

∴ بالتعويض في ② ∴ $س = ٠$ عندما $ص = ٠$ ، $س = -١$ عندما $ص = -١$

م.ح = {(٠، ٠)، (-١، -١)}

٣) $س = ص$ ... ① ، $س^٢ + ص^٢ = ٢$ ... ②

بالتعويض في ② من ①

$س^٢ + س^٢ = ٢$

∴ $٢س^٢ = ٢$ ÷ ٢

∴ $س^٢ = ١$ بأخذ √ للطرفين

∴ $س = \pm ١$ بالتعويض في ①

∴ $ص = ١$ عندما $س = ١$ ، $ص = -١$ عندما $س = -١$

∴ م.ح = {(١، ١)، (-١، -١)}

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٤ $س - ص = ١$ ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$

(٣٠)

الحل

$س = ١ + ص$ ... ① ، $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

$\therefore (١ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$

$\therefore ص^{٢} + ٢ص + ١ + ص^{٢} = ٢٥$

$\therefore ٢ص^{٢} + ٢ص - ٢٤ = ٠$ بالقسمه ÷ ٢

$\therefore ص^{٢} + ص - ١٢ = ٠$

$\therefore (ص + ٤)(ص - ٣)$ (التحليل الثلاثى البسيط)

$ص + ٤ = ٠$ ، $ص - ٣ = ٠$

$ص = -٤$ ، $ص = ٣$ (بالتعويض فى ①)

$س = ١ - ٤$ ، $س = ١ + ٣$

$س = -٣$ ، $س = ٤$

م.ح = {(-٣، ٤) ، (٤، ٣)}

---

٥ $ص - س = ٣$ ، $س^{٢} - ٢س + ٣ص = ١٥$

$ص = ٣ + س$ ... ① ، $س^{٢} - ٢س + ٣ص = ١٥$ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

$س^{٢} - ٢س + ٣(٣ + س) = ١٥$

$س^{٢} - ٢س + ٩ + ٣س = ١٥$

$س^{٢} + س - ٦ = ٠$

$(س + ٣)(س - ٢)$ (التحليل الثلاثى البسيط)

$س + ٣ = ٠$ ، $س - ٢ = ٠$

$س = -٣$ ، $س = ٢$ (بالتعويض فى ①)

$ص = ٣ - ٣$ ، $ص = ٣ + ٢$

$ص = ٠$ ، $ص = ٥$

م.ح = {(-٣، ٠) ، (٢، ٥)}

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجة الاولى والاخرى من الدرجة الثانية

٣٧

٦ ص + ٢ س = ٧ ، ٢ س^{٢} + س + ٣ ص = ١٩

ص = ٧ − ٢ س ... ① ، ٢ س^{٢} + س + ٣ ص = ١٩ ... ②

بالتعويض من ① فى ②

٢ س^{٢} + س + ٣ (٧ − ٢ س) = ١٩

٢ س^{٢} + س + ٢١ − ٦ س = ١٩ ∴ ٢ س^{٢} + س − ٦ س + ٢١ − ١٩ = صفر

٢ س^{٢} − ٥ س + ٢ = صفر

(٢ س − ١) (س − ٢) = صفر

٢ س − ١ = ٠	س − ٢ = صفر
٢ س = ١	س = ٢
س = ١/٢	ص = ٧ − ٢ × ٢
ص = ٧ − ٢ × ١/٢	ص = ٣
ص = ٦	

م . ح = { (١/٢ ، ٦) ، (٢ ، ٣) }

((تحليل ثلاثى غير بسيط))

٢ س ← − ٢

س ← − ١

((بالتعويض فى ①)) ٤ س + س = ٥ س

---

٧ س + ص = ٧ ، س ص = ١٢

س = ٧ − ص ... ① ، ٢ س ص = ١٢ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

ص (٧ − ص) = ١٢

٧ ص − ص^{٢} = ١٢ ∴ − ص^{٢} + ٧ ص = ١٢ بالقسمة ÷ − ١

ص^{٢} − ٧ ص = − ١٢

ص^{٢} − ٧ ص + ١٢ = ٠

(ص − ٤) (ص − ٣) = ٠ ((تحليل ثلاثى بسيط))

ص − ٤ = ٠	ص − ٣ = ٠
ص = ٤	ص = ٣
س = ٧ − ٤	س = ٧ − ٣ ((بالتعويض فى ①))
س = ٣	س = ٤

م . ح = { (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) }

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٣٥

٨ $س + ص = ٥$ ، $\frac{س ص}{٦} = ١$ بالضرب ×٦

$س = ٥ - ص$ ...① ، $س ص = ٦$ ...②

بالتعويض فى② من①

$ص(٥ - ص) = ٦$

$٥ص - ص^{٢} = ٦$ ∴ $٥ص - ص^{٢} - ٦ =$ صفر بالقسمه ÷ -١

$ص^{٢} - ٥ص + ٦ = ٠$

$(ص - ٢)(ص - ٣) = ٠$ «تحليل ثلاثى بسيط»

$ص - ٢ =$ صفر ، $ص - ٣ = ٠$

$ص = ٢$ ، $ص = ٣$

$س = ٥ - ٢$ ، $س = ٥ - ٣$ ((بالتعويض فى①))

$س = ٣$ ، $س = ٢$

م.ح = {(٣، ٢)، (٢، ٣)}

---

٩ $س - ص = ١$ ، $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧$

$ص = -١ + س$ ...① ، $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٧$ ...②

$س^{٢} + س(-١ + س) + (-١ + س)^{٢} = ٧$

$س^{٢} - س + س^{٢} + ١ + س^{٢} - ٢س = ٧$

$٣س^{٢} - ٣س - ٧ + ١ = ٦$ بالقسمه ÷ ٣

$س^{٢} - س = ٢$ ∴ $س^{٢} - س - ٢ =$ صفر

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$ «تحليل ثلاثى بسيط»

$س - ٢ = ٠$ ، $س + ١ = ٠$

$س = ٢$ ، $س = -١$ ((بالتعويض فى②))

$ص = -١ + ٢$ ، $ص = -١ - ١$

$ص = ١$ ، $ص = -٢$

م.ح = {(٢، ١)، (-١، -٢)}

Math
الأستاذ / أحمد عمر

حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجة الاولى والاخرى من الدرجة الثانية

(٢٦)

١٠ $س - ٢ص = ٨$ ... ① ، $ص^{٢} = س$ ... ②

بالتعويض من ② فى ①

$ص^{٢} - ٢ص = ٨$ ، $ص^{٢} - ٢ص - ٨ = ٠$

$(ص - ٤)(ص + ٢) = ٠$ [تحليل ثلاثى بسيط]

$ص - ٤ = ٠$	$ص + ٢ = ٠$
$ص = ٤$	$ص = -٢$
$س = ٤^{٢}$	$س = (-٢)^{٢}$
$س = ١٦$	$س = ٤$

بالتعويض فى ②

م.ح = {(١٦ ، ٤) ، (٤ ، -٢)}

---

١١ $س + ص = ٢$ ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ حيث $س \neq ٠$ ، $ص \neq ٠$

$س = ٢ - ص$ ... ① ، $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = ٢$ بالضرب × $س ص$

$س = ٢ - ص$ ... ① ، $ص + س = ٢س ص$ ... ②

بالتعويض من ① فى ②

$ص + ٢ - ص = ٢ص(٢ - ص)$

$٢ = ٤ص - ٢ص^{٢}$ بالقسمة ÷ -٢

$-١ = -٢ص + ص^{٢}$

$ص^{٢} - ٢ص + ١ = ٠$

$(ص - ١)(ص - ١) = ٠$ [تحليل ثلاثى بسيط]

$ص = ١$

$س = ٢ - ١$

$س = ١$

بالتعويض فى ①

م.ح = {(١ ، ١)}

Math
الأستاذ / أحمد عمر
01025076682

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجة الاولى والاخرى من الدرجة الثانية

٣٧

١ عددان حقيقيان موجبان مجموعهما ١٧، حاصل ضربهما ٧٢ أوجد العددين

$س + ص = ١٧$ ، $س ص = ٧٢$ ... ②

$س = ١٧ - ص$ ... ①

بالتعويض من ① فى ②

$ص (١٧ - ص) = ٧٢$

$١٧ ص - ص^{٢} = ٧٢$ بالقسمه ÷ -١

$-١٧ ص + ص^{٢} = -٧٢$ ∴ $ص^{٢} - ١٧ ص + ٧٢ = ٠$

$(ص - ٩)(ص - ٨) = ٠$ [تحليل ثلاثى بسيط]

$ص - ٩ = ٠$ | $ص - ٨ = ٠$

$ص = ٩$ | $ص = ٨$ بالتعويض فى ①

$س = ١٧ - ٩$ | $س = ١٧ - ٨$

$س = ٨$ | $س = ٩$

العددان هما ٨ ، ٩

---

٢ عددان حقيقيان مجموعهما ٩، والفرق بين مربعيهما ٤٥ أوجد العددين

$س + ص = ٩$ ∴ $س = ٩ - ص$ ... ① ، $س^{٢} - ص^{٢} = ٤٥$ ... ②

بالتعويض من ① فى ②

$(٩ - ص)^{٢} - ص^{٢} = ٤٥$

$٨١ + ص^{٢} - ١٨ ص - ص^{٢} = ٤٥$

$٨١ - ١٨ ص = ٤٥$

$-١٨ ص = ٤٥ - ٨١ = -٣٦$ بالقسمه ÷ -١٨

$ص = ٢$

بالتعويض فى ①

$س = ٩ - ٢$

$س = ٧$

العددان هما ٧ ، ٢

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٣ عددان موجبان احدهما يزيد عن ثلاثه امثال الاخر بمقدار ١ ومجموع مربعيهما ١٧ فما هذان العددان

س − ٣ص = ١ ⟹ س = ١ + ٣ص ... ①

س² + ص² = ١٧ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

(١ + ٣ص)² + ص² = ١٧

١ + ٩ص² + ٦ص + ص² = ١٧

١٠ص² + ٦ص − ١٦ = صفر

بالقسمه ÷ ٢

٥ص² + ٣ص − ٨ = ٠

تحليل ثلاثى غير بسيط

٥ص² ، −٨ ، ص ، ١

٥ص − ٨ص = −٣ص

(٥ص + ٨)(ص − ١) = ٠

٥ص + ٨ = ٠ ⟹ ٥ص = −٨ ⟹ ص = −٨/٥ مرفوض

ص − ١ = ٠ ⟹ ص = ١ بالتعويض فى ①

س = ١ + ٣ × ١ ⟹ س = ٤

العددان هما ٤ ، ١

---

٤ مستطيل محيطه ١٨ سم ومساحته ١٨ سم² أوجد بعديه

س + ص = ٩ ∴ س = ٩ − ص ... ① ، س ص = ١٨ ... ②

بالتعويض فى ② من ①

ص (٩ − ص) = ١٨

٩ص − ص² = ١٨ ÷ −١

ص² − ٩ص = −١٨

ص² − ٩ص + ١٨ = ٠

(ص − ٦)(ص − ٣) = ٠ [تحليل ثلاثى بسيط]

ص − ٦ = ٠ ⟹ ص = ٦ ⟹ س = ٩ − ٦ = ٣

ص − ٣ = ٠ ⟹ ص = ٣ ⟹ س = ٩ − ٣ = ٦ بالتعويض فى ①

العددان هما ٣ ، ٦

تطبيقات على حل معادلتين في متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٥ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٣ ومساحته ٢٨سم٢ أوجد محيطه

س - ص = ٣ ، س ص = ٢٨

س = ٣ + ص ... ① ، س ص = ٢٨ ... ②

ص (٣ + ص) = ٢٨

٣ص + ص٢ - ٢٨ = صفر

ص٢ + ٣ص - ٢٨ = صفر

(ص + ٧) (ص - ٤) = صفر [تحليل ثلاثي بسيط]

ص + ٧ = ٠ ، ص - ٤ = ٠

ص = -٧ مرفوض ، ص = ٤

س = ٣ + ٤ = ٧ بالتعويض في ①

مساحه المستطيل = س ص = ٧ × ٤ = ٢٨

∴ محيط المستطيل = ٢ (س + ص) = ٢ (٧ + ٤) = ٢٢

٦ مثلث قائم الزاويه طول وتره ١٣ ، محيطه يساوى ٣٠ أوجد طولى ضلعى القائمه

∴ نفرض ان ضلعى القائمه س ، ص

∴ س٢ + ص٢ = ١٦٩ ... ① ، س + ص + ١٣ = ٣٠ ∴ س + ص = ١٧ ∴ س = ١٧ - ص ... ②

بالتعويض في ① من ②

(١٧ - ص)٢ + ص٢ = ١٦٩

٢٨٩ + ص٢ - ٣٤ص + ص٢ = ١٦٩

٢ص٢ - ٣٤ص + ١٢٠ = صفر ، بالقسمه ÷ ٢

ص٢ - ١٧ص + ٦٠ = صفر

(ص - ١٢) (ص - ٥) = صفر [تحليل ثلاثي بسيط]

ص - ١٢ = ٠ ، ص - ٥ = صفر

ص = ١٢ ، ص = ٥ بالتعويض في ⑤

س = ١٧ - ١٢ ، س = ١٧ - ٥

س = ٥ ، س = ١٢

طولا ضلعى القائمه ٥ ، ١٢

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٩ مستطيل طوله س سم ، وعرضه ص سم ومساحته ٧٧ سم٢ ، فإذا انقص طوله ٢ سم وزاد عرضه ٢ سم أصبح مربعًا . أوجد مساحه المربع

س ص = ٧٧ ... ① ، س - ٢ = ص + ٢ ∴ س = ص + ٤ ... ②

بالتعويض من ② فى ①

ص (ص + ٤) = ٧٧

ص٢ + ٤ ص - ٧٧ = ٠

(ص - ٧) (ص + ١١) = ٠ [تحليل ثلاثى بسيط]

ص - ٧ = ٠ ، ص = -١١ مرفوض

ص = ٧ ← بالتعويض فى ②

س = ٧ + ٤ = ١١

∴ ضلع المربع = س - ٢ = ١١ - ٢ = ٩

∴ مساحه المربع = ل٢ = ٨١ سم٢

١٠ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته ، فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوى نصف العدد الاصلى فما هو العدد

نفرض ان رقم الاحاد س ، رقم العشرات ص

∴ س = ٢ ص ... ①

العدد الاصلى = س + ١٠ ص

∴ س ص = ½ (س + ١٠ ص) بالضرب × ٢

∴ ٢ س ص = س + ١٠ ص ... ② بالتعويض فى ② منه ①

٢ (٢ ص) ص = ٢ ص + ١٠ ص

٤ ص٢ = ٢ ص + ١٠ ص ∴ ٤ ص٢ - ١٢ ص = ٠

٤ ص (ص - ٣) = ٠

ص = ٠ مرفوض أو ص = ٣ بالتعويض فى ①

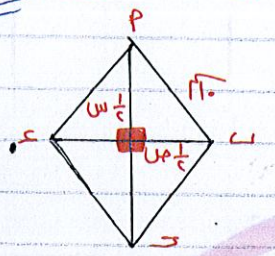
∴ س = ٣ × ٢ = ٦

∴ س = ٦

∴ العدد هو ٦٣

تطبيقات على حل معادلتين فى متغيرين احدهما من الدرجه الاولى والاخرى من الدرجه الثانيه

٧ معين الفرق بين طولى قطريه ٤سم ومحيطه يساوى ٤٠سم أوجد طول كل من قطريه



نفرض أن قطريه س ، ص

$س - ص = ٤ \quad \therefore س = ص + ٤ \quad ...①$

$(\frac{١}{٢}س)^٢ + (\frac{١}{٢}ص)^٢ = ١٠٠$

$\frac{١}{٤}س^٢ + \frac{١}{٤}ص^٢ = ١٠٠$ بالضرب ×٤

$س^٢ + ص^٢ = ٤٠٠ \quad ...②$

بالتعويض فى ② من ① $\therefore (٤+ص)^٢ + ص^٢ = ٤٠٠$

$١٦ + ٨ص + ص^٢ + ص^٢ = ٤٠٠$

$٢ص^٢ + ٨ص = ٤٠٠ - ١٦ = ٣٨٤$ بالقسمه ÷٢

$ص^٢ + ٤ص = ١٩٢$

$(ص - ١٢)(ص + ١٦) = صفر$ [تحليل ثلاثى بسيط]

$ص = ١٢$ بالتعويض فى ② $ص = -١٦$ مرفوض

$س = ١٢ + ٤ = ١٦$

القطران هما ١٢ ، ١٦

٨ مثلث قائم الزاويه طول أحد ضلعى القائمه ٥سم ، محيطه يساوى ٣٠سم أوجد مساحه سطحه

نفرض ان الضلع الاخر س ، الوتر ص

$س + ص = ٣٠ - ٥ = ٢٥ \quad \therefore س = ٢٥ - ص \quad ...①$ ، $ص^٢ - س^٢ = ٥^٢ \quad ...②$

بالتعويض من ① فى ②

$ص^٢ - (٢٥ - ص)^٢ = ٢٥ \quad \therefore ص^٢ - (٦٢٥ + ص^٢ - ٥٠ص) = ٢٥$

$\therefore ص^٢ - ٦٢٥ - ص^٢ + ٥٠ص = ٢٥$

$\therefore ٥٠ص - ٦٢٥ = ٢٥ \quad \therefore ٥٠ص = ٦٥٠$ بالقسمه ÷٥٠

$\therefore ص = ١٣$ بالتعويض فى ①

$\therefore س = ٢٥ - ١٣ = ١٢$

$\therefore$ الوتر = ١٣سم وطول الضلع الاخر = ١٢سم

$\therefore$ مساحه المثلث = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب ضلعى القائمه

$\therefore$ مساحه المثلث = $\frac{١}{٢} \times ١٢ \times ٥ = ٣٠$ سم^٢

٤٠

* مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود *

إذا كانت الدالة د : ح ← ح كثيرة حدود من س فإن ص(د) هى مجموعة القيم التى تجعل د(س) = صفر

د ترمز للدالة

د(س) ترمز لقاعدة الدالة

ص(د) ترمز لمجموعة أصفار الدالة

مثال : أوجد ص(د) لكل من دوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية فيما يأتى

١) د(س) = ٢س − ٦

الحل نضع د(س) = ٠

٢س − ٦ = ٠

٢س = ٦

س = ٦/٢ = ٣

∴ ص(د) = {٣}

٢) د(س) = س² − ٥س + ٦

الحل نضع د(س) = صفر

∴ س² − ٥س + ٦ = ٠

(س − ٢)(س − ٣) = ٠

س − ٢ = ٠ | س − ٣ = ٠

س = ٢ | س = ٣

ص(د) = {٢، ٣}

٣) د(س) = ٨

الحل ص(د) = ∅

٤) د(س) = ٠

الحل ص(د) = ح

٥) د(س) = س² − ٩

الحل نضع د(س) = ٠

∴ س² − ٩ = ٠

س² = ٩

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س = ± ٣

ص(د) = {٣، −٣}

٦) د(س) = س² + ٩

الحل نضع د(س) = ٠

∴ س² + ٩ = ٠

س² = −٩

بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

∴ س = ± √−٩ ∉ ح

ص(د) = ∅

٧) د(س) = س³ − ٥س² − ٦س

الحل س³ − ٥س² − ٦س = ٠

س(س² − ٥س − ٦) = ٠

س(س + ١)(س − ٦) = ٠

∴ س = ٠ | س + ١ = ٠ | س − ٦ = ٠

| س = −١ | س = ٦

∴ ص(د) = {٠، −١، ٦}

01023636682

مثال أوجد من ح مجموعة أصفار دوال كثيرات الحدود التربيعية بالقواعد الآتية

(١) د(س) = س² − ٢س − ١

الحل

نضع د(س) = ٠

∴ س² − ٢س − ١ = ٠

ب² − ٤أ حـ = (−٢)² − ٤ × ١ × −١ = ٨

س = (−ب ± √(ب² − ٤أ حـ)) / ٢أ = (٢ ± √٨) / ٢ = (٢ ± ٢√٢) / ٢

س = (٢ + ٢√٢) / ٢ = ١ + √٢ أو س = (٢ − ٢√٢) / ٢ = ١ − √٢

ص(د) = {١ + √٢ ، ١ − √٢}

(٢) د(س) = س² − ٣س + ٧ = ٠

الحل نضع د(س) = صفر

س² − ٣س + ٧ = ٠

∴ ب² − ٤أ حـ = ٩ − ٤ × ١ × ٧ = −١٩ < صفر

∴ ص(د) = ∅

(٣) د(س) = س³ + ٨

الحل نضع د(س) = صفر

س³ + ٨ = ٠

س³ = −٨

بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

∴ س = −٢

ص(د) = {−٢}

(٤) د(س) = ٥س² − ٣س

الحل

نضع د(س) = ٠

٥س² − ٣س = ٠

س(٥س − ٣) = ٠

س = ٠ | ٥س − ٣ = ٠

٥س = ٣

س = ٣/٥

ص(د) = {٠ ، ٣/٥}

الرياضيات 01023636682

مثال : إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د هي
د(س) = ٢ س^{٣} + ب س + ١٥ هي {٣ ، ٥} أوجد قيمة كل من : ٢ ، ب

الحل

∴ ص (د) = {٣ ، ٥} ∴ د(٣) = صفر ، د(٥) = صفر

٢ × ٣^{٣} + ب × ٣ + ١٥ = ٠ ÷ ٣ | ٢ × ٥^{٣} + ب × ٥ + ١٥ = ٠ ÷ ٥

∴ ١٨ + ٣ ب + ١٥ = ٠ | ∴ ٢٥ + ٥ ب + ١٥ = ٠

∴ ٣ ب + ٣٣ = ٠ | ∴ ٥ ب + ٤٠ = ٠

∴ ٣ ب = −٣٣ ... ① | ∴ ٥ ب = −٤٠ ... ②

بضرب ① في −١ وجمع مع ②

−٣ ب = ٣٣

٥ ب = −٤٠

بالجمع : ٢ = ٢ ÷ ٤ ∴ [٢ = ١]

بالتعويض في ① : ∴ ٣ + ب = −٥ ∴ [ب = −٨]

مثال : اثبت أن مجموعة أصفار الدالة ل : ل(س) = س^{٣} − ٥ س هي نفسها مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^{٣} − ١٠ س^{٢} + ٢٥ س

الحل

نضع ل(س) = صفر

∴ س^{٣} − ٥ س^{٢} = ٠

∴ س^{٢} (س − ٥) = ٠

∴ س = ٠ | س = ٥

∴ ص (ل) = {٠ ، ٥} ... ①

نضع د(س) = صفر

∴ س^{٣} − ١٠ س^{٢} + ٢٥ س = ٠

∴ س (س^{٢} − ١٠ س + ٢٥) = ٠

∴ س (س − ٥)^{٢} = ٠

∴ س = ٠ | س − ٥ = ٠

∴ ص (د) = {٠ ، ٥} | س = ٥ ... ②

من ① ، ② ∴ ص (ل) = ص (د)

* دالة ركسر الجبرى *

٤

دالة ركسر الجبرى:

إذا كانت م ، ل دالتين كثيرتى حدود فإن الدالة ن : ح - ص(ل) ← ح

ن(س) = م(س) / ل(س) حيث: ص(ل) هى مجموعة أصفار الدالة ل

تسمى "كسراً جبرياً"

مجال دالة ركسر الجبرى = ح - مجموعة أصفار المقام

مجموعة أصفار دالة ركسر الجبرى = مجموعة أصفار البسط - مجموعة أصفار المقام

المجال المشترك لعدة كسور جبرية = ح - أصفار مقامات هذه الكسور

مثال: عين مجال كل من دوال الكسور الجبرية المعرفة بالقواعد الآتية

أ) ن(س) = (س + ٥) / (س٣ - ٨)

الحلو يقع المقام = صفر

س٣ - ٨ = ٠

س٣ = ٨ بأخذ ∛ للطرفين

س = ٢

∴ ص(المقام) = {٢}

∴ مجال ن = ح - {٢}

ب) ن(س) = (س٣ + ٢) / (س٣ - ٤ س٢ - ١٢ س)

س٣ - ٤ س٢ - ١٢ س = ٠

س (س٢ - ٤ س - ١٢) = ٠

س (س + ٢)(س - ٦) = ٠

س = ٠ ، س = -٢ ، س = ٦

ص(المقام) = {٠ ، -٢ ، ٦}

01023630682

مثال : عين مجال كل من دوال الكسور الجبرية المعرفة بالقواعد الآتية

(أ) $N(س) = \frac{س^2+1}{3}$

الحل

ص (المقام) = ϕ

∴ المجال = $\mathbb{R} - \phi = \mathbb{R}$

(ب) $N(س) = \frac{س+1}{س^2+1}$

$س^2 + 1 = 0$

$س^2 = -1$ بأخذ الجذر التربيعي

$س = \pm\sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$

∴ المجال = $\mathbb{R} - \phi = \mathbb{R}$

مثال : إذا كانت : $N(س) = \frac{س+2}{س^2-6س+25}$ ، مجال $N = \mathbb{R} - \{5\}$

فأوجد قيمة $ب : ب \in \mathbb{R}$

الحل ∵ المجال = $\mathbb{R} - \{5\}$ ∴ ص (المقام) = 0

∴ $(5)^2 - 6(5) + ب = 0$

$25 - 30 + ب = 0$

$ب - 5 = 0 \Leftarrow ب = 5$

$\boxed{ب = 10}$

مثال : أوجد المجال المشترك لكل مما :

$N_1(س) = \frac{س^2}{س+1}$ ، $N_2(س) = \frac{3}{س^3-1}$ ، $N_3(س) = \frac{س+3}{س^2-3س+2}$

الحل

$N_1(س) = \frac{س^2}{س+1}$

نضع $س + 1 = 0$

∴ $س = -1$

ص$_1$ (المقام) = $\{-1\}$

$س^3 - 1 = 0$

$س^3 = 1$

بأخذ الجذر التكعيبي

$س = 1$

ص$_2$ (المقام) = $\{1\}$

$س^2 - 3س + 2 = 0$

$(س - 1)(س - 2) = 0$

$س - 1 = 0$ | $س - 2 = 0$

$س = 1$ | $س = 2$

ص$_3$ (المقام) = $\{1, 2\}$

∴ المجال المشترك = $\mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$

* تساوى كسرين جبريين *

(٤٧)

يقال لكسرين جبريين $د_1(س)$ ، $د_2(س)$ أنهما متساويان
إذا تحقق الشرطان الآتيان معاً

① مجال $د_1$ = مجال $د_2$

② يتم إختزال $د_1$ ، $د_2$ إلى نفس الصورة أى $د_1(س) = د_2(س)$
لكل $س$ ∈ المجال المشترك

مثال بين ما إذا كان $د_1 = د_2$ أم لا فى كل مما يلى:

① $د_1(س) = \frac{س^3 + 9س + 14}{س + 7}$ ، $د_2(س) = \frac{س(س+3) + 2(س+3)}{(س+3)}$

الحل

$د_1(س) = \frac{(س+2)(س+7)}{س+7}$

مجال $د_1$ = ح − {−7}

$د_1(س) = \frac{(س+2)\cancel{(س+7)}}{\cancel{(س+7)}}$

$= س + 2$

$د_2(س) = \frac{(س+3)(س+2)}{س+3}$

مجال $د_2$ = ح − {−3}

$د_2(س) = \frac{\cancel{(س+3)}(س+2)}{\cancel{س+3}}$

$د_2(س) = س + 2$

∴ مجال $د_1$ ≠ مجال $د_2$ ∴ $د_1 \neq د_2$

المجال المشترك الذى تتساوى عنده الدالتان هو ح − {−7، −3}

حاول بنفسك:

$د_1(س) = \frac{س^3 - س}{(س-1)^2}$ ، $د_2(س) = \frac{س(س-1)}{س^3 - 2س + 1}$

Math
الأستاذ / أحمد عمر

* التحليلات على النسب الجبرية *

٤١

أولاً : جمع النسب الجبرية وطرحها

مثال : أوجد $ن(س)$ في أبسط صورة ثم أوجد مجال $ن$ حيث

① $ن(س) = \frac{٢س}{س+٣} + \frac{٦}{س+٣}$

الحل $ن(س) = \frac{٢س+٦}{س+٣} = \frac{٢(س+٣)}{(س+٣)} = ٢$

المجال $= ح - \{-٣\}$

② $ن(س) = \frac{س^٢+٢س}{س^٢+٣س+٢} + \frac{٦}{س+٦}$

الحل $ن(س) = \frac{س(س+٢)}{(س+١)(س+٢)} + \frac{٦}{(س+٦)}$

المجال $= ح - \{-١، -٢، -٦\}$

$ن(س) = \frac{س}{س+١} + \frac{٢}{س+٢} = \frac{س+٢}{س+٢} = ١$

$ن(س) = \frac{س^٢-٢س}{س^٢-٤} + \frac{٦س+٦}{س^٢+٥س+٦}$

$ن(س) = \frac{س(س-٢)}{(س-٢)(س+٢)} + \frac{٦(س+١)}{(س+٢)(س+٣)}$

المجال $= ح - \{٢، -٢، -٣\}$

$ن(س) = \frac{س}{س+٢} + \frac{٢}{س+٢} = \frac{س+٢}{س+٢} = ١$

٤٩

$$ن(س) = \frac{٣}{س+١} + \frac{٢س+١}{١-س^٢}$$

لاحظ أن $١-س^٢ = -(س^٢-١)$

$$ن(س) = \frac{٣}{س+١} - \frac{٢س+١}{س^٢-١}$$

$$= \frac{٣}{س+١} - \frac{٢س+١}{(س-١)(س+١)}$$

المجال $= ح - \{-١، ١\}$

$$ن(س) = \frac{٣(س-١) - (٢س+١)}{(س-١)(س+١)} = \frac{٣س-٣-٢س-١}{(س-١)(س+١)}$$

$$= \frac{س-٤}{(س-١)(س+١)}$$

$$ن(س) = \frac{س^٢-٤}{س^٢+٣س+٢} - \frac{س-٢س}{س^٢-س-٢}$$ ثم أوجد ن(١) إن أمكن

$$ن(س) = \frac{(س-٢)(س+٢)}{(س+١)(س+٢)} - \frac{س(س-٢)}{(س+١)(س-٢)}$$

المجال $= ح - \{-١، -٢، ٢\}$

$$ن(س) = \frac{س-٢}{س+١} - \frac{س}{س+١}$$

$$= \frac{س-٢-س}{س+١} = \frac{-٢}{س+١}$$

$$ن(١) = \frac{-٢}{١+١} = \frac{-٢}{٢} = -١$$

(١٠)

ثانياً: ضرب وقسمة الكسور الجبرية:

مثال: إذا كان

$$ن(س) = \frac{س^2 + س - ١}{س^2 - ٩} \times \frac{س^2 - ٤س + ٣}{١ - س^3}$$

أوجد $ن(س)$ في أبسط صورة موضحاً المجال.

الحل

$$ن(س) = \frac{(س+٢)(س-١)}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{(س-٣)(س-١)}{(س+١)(س^2+س+١)}$$

المجال = ح − {٣، −٣، ١}

$$ن(س) = \frac{١}{س+٣}$$

أوجد $ن(س)$ في أبسط صورة محدداً المجال

حيث $ن(س) = \frac{س^2 - ٩}{س^2 + ٣س} \times \frac{س}{س^2 - ٩س + ١٨}$

الحل

$$ن(س) = \frac{(س-٣)(س+٣)}{س(س+٣)} \times \frac{س}{(س-٣)(س-٦)}$$

المجال = ح − {٠، −٣، ٣، ٦}

$$ن(س) = \frac{١}{س-٦}$$

$$ن(س) = \frac{س^2 + ٥س}{س^2 + س - ٦} \times \frac{س^2 - ٧س + ١٠}{س^2 - ٢٥}$$

الحل $ن(س) = \frac{س(س+٥)}{(س-٢)(س+٣)} \times \frac{(س-٢)(س-٥)}{(س-٥)(س+٥)}$

المجال = ح − {٢، −٣، ٥، −٥}

$$ن(س) = \frac{س}{س+٣}$$

٥١

* المعكوس الضربي للكسر الجبري *

مثال إذا كان $ن(س) = \frac{س-٢}{س-٤}$ فأوجد : $ن'(س)$ محدداً مجاله

الحل

$ن'(س) = \frac{س-٤}{س-٢}$ ، مجال $ن'(س) = ح - \{٢، ٤\}$

ح = { أعداد الحقيقية }

مثال أوجد $ن'(س)$ محدداً المجال ثم أوجد $ن'(٤)$ ، $ن'(٠)$ إن أمكن

حيث $ن(س) = \frac{٢س^٢ + ٤س}{س^٢ - س - ٦}$

الحل $ن'(س) = \frac{س^٢ - س - ٦}{٢س^٢ + ٤س} = \frac{(س+٢)(س-٣)}{٢س(س+٢)} = \frac{س-٣}{٢س}$

مجال $ن'(س) = ح - \{٠، ٢، -٢\}$

$ن'(٤) = \frac{٤-٣}{٤×٢} = \frac{١}{٨}$

$ن'(٠)$ غير معرفة لأن صفر ∉ مجال $ن'$

إذا كان $ن(س) = \frac{س^٣ - ٢س}{(س-٢)(س^٢+٢)}$

أوجد $ن'(س)$ وعين مجال $ن'(س)$ ② إذا كان $ن'(س) = ٣$ أوجد س

الحل

① $ن'(س) = \frac{(س-٢)(س^٢+٢)}{س(س-٢)} = \frac{س^٢+٢}{س}$

مجال $ن'(س) = ح - \{٠، ٢\}$

② $\frac{س^٢+٢}{س} = ٣ \Leftarrow س^٢ + ٢ = ٣س$

$\therefore س^٢ - ٣س + ٢ = ٠$

$(س-٢)(س-١) = ٠$

$\therefore س = ٢$ مرفوضة ، $س = ١$

٢٥ أوجد $ن(س)$ في أبسط صورة موضحاً المجال حيث

$$ن(س) = \frac{١}{س^٢ - ٤} \div \frac{س^٢ + ٦س + ٩}{س^٢ + س - ٦}$$

بالضرب

$$ن(س) = \frac{١}{س^٢ - ٤} \times \frac{س^٢ + س - ٦}{س^٢ + ٦س + ٩}$$

$$\rightarrow \frac{١}{(س+٢)(س-٢)} \times \frac{(س-٢)(س+٣)}{(س+٣)(س+٣)}$$

المجال $= ح - \{-٢، -٣\}$

$$ن(س) = \frac{١}{(س+٢)(س+٣)}$$

إذا كانت $ن(س) = \frac{س^٢ + س + ١}{س^٢ - ٩} \div \frac{س^٣ - ١}{س^٢ - ٤س + ٣}$

فأوجد $ن(س)$ في أبسط صورة موضحاً المجال

بالضرب

$$ن(س) = \frac{س^٢ + س + ١}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{(س-١)(س-٣)}{(س-١)(س^٢ + س + ١)}$$

المجال $= ح - \{١، ٣، -٣\}$

$$ن(س) = \frac{١}{س+٣}$$

01023036682

(٥٣٠)

إذا كان p ، q حدثين من فضاء العينة Ω فإن

① $ل(p \cup q) = ل(p) + ل(q) - ل(p \cap q)$

② $ل(p \cap q) = ل(p) + ل(q) - ل(p \cup q)$

③ $ل(p - q) = ل(p) - ل(p \cap q)$

④ $ل(q - p) = ل(q) - ل(p \cap q)$

⑤ $ل(p') = 1 - ل(p)$

⑥ $ل(q') = 1 - ل(q)$

⑦ $ل(p) = ل(p \cup q) + ل(p \cap q) - ل(q)$
$= ل(p - q) + ل(p \cap q)$
$= 1 - ل(p')$

⑧ إذا كان $p \subset q$ فإن
$ل(p \cap q) = ل(p)$ ، $ل(p \cup q) = ل(q)$

⑨ إذا كان p ، q حدثين متنافيين فإن
$p \cap q = \emptyset$ ، $ل(p \cap q) =$ صفر

⑩ حدث وقوع p أو q أو أحدهما على الأقل ← $p \cup q$

⑪ حدث وقوع p و q معاً ← $p \cap q$

⑫ عدم وقوع p ← p'

⑬ حدث وقوع p وعدم وقوع q ← $p - q$

⑭ حدث وقوع p فقط ← $p - q$

⑮ حدث وقوع أحد الحدثين دون وقوع الآخر ← $(p - q) \cup (q - p)$

⑯ $ل(p - q) + ل(q - p) = ل(p \cup q) - ل(p \cap q)$
$= ل(p) + ل(q) - 2ل(p \cap q)$

⑰ عدم وقوع أي من الحدثين $(p \cup q)'$
$ل(p \cup q)' = 1 - ل(p \cup q)$

⑱ عدم وقوع الحدثين معاً $(p \cap q)'$ ← $ل(p \cap q)' = 1 - ل(p \cap q)$

الرياضيات
01025636682
Math
الأستاذ / أحمد عمر

(٥٤) إذا كانت P ، Q حادثتين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان
$ل(P) = ٠,٧$ ، $ل(Q) = ٠,٦$ ، $ل(P \cap Q) = ٠,٤$ أوجد
أولاً: احتمال عدم وقوع الحدث P
ثانياً: احتمال وقوع أحد الحادثين دون وقوع الآخر

الحل

أولاً: $ل(\bar{P}) = ١ - ل(P) = ١ - ٠,٧ = ٠,٣$

ثانياً: $ل(P - Q) + ل(Q - P) = ل(P \cup Q) - ل(P \cap Q)$
$= ل(P) + ل(Q) - ٢ ل(P \cap Q)$
$= ٠,٧ + ٠,٦ - ٢ \times ٠,٤ = ٠,٥$

كيس به ١٥ كرة متماثلة مرقمة من ١ إلى ١٥ سحبت منه كرة عشوائياً إذا كان الحدث P هو الحصول على عدد فردي ، Q حدث الحصول على عدد أولي أوجد $ل(P)$ ، $ل(Q)$ ، $ل(P - Q)$

الحل

$ف = \{١، ٢، ٣، ... ، ١٥\}$ ⇐ $ن(ف) = ١٥$

$P = \{١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥\}$

$ل(P) = \frac{ن(P)}{ن(ف)} = \frac{٨}{١٥}$

$Q = \{٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣\}$

$ل(Q) = \frac{ن(Q)}{ن(ف)} = \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

$P \cap Q = \{٣، ٥، ٧، ١١، ١٣\}$ ⇐ $ل(P \cap Q) = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$

$ل(P - Q) = ل(P) - ل(P \cap Q) = \frac{٨}{١٥} - \frac{١}{٣} = \frac{١}{٥}$

أ/ أحمد عمر

٥٥

فصل دراسي به ٤٠ تلميذ منهم ١٨ تلميذ يقرأون جريدة الأخبار
١٥ تلميذ يقرأون جريدة الأهرام، ٨ تلاميذ يقرأون الجريدتين معاً
فإذا اختير تلميذ عشوائياً أوجد إحتمال أن يكون التلميذ

① يقرأ جريدة الأخبار ② لا يقرأ جريدة الأخبار
③ يقرأ الجريدتين معاً ④ يقرأ جريدة الأخبار فقط
⑤ يقرأ جريدة الأهرام فقط ⑥ يقرأ جريدة الأخبار فقط أو الأهرام فقط

الحل

نفرض أن α هو حدث أن يكون الطالب يقرأ جريدة الأخبار
β هو حدث أن يكون الطالب يقرأ جريدة الأهرام

① $ل(\alpha) = \frac{١٨}{٤٠} = \frac{٩}{٢٠}$

② $ل(\alpha') = ١ - ل(\alpha) = ١ - \frac{٩}{٢٠} = \frac{١١}{٢٠}$

③ $ل(\alpha \cap \beta) = \frac{٨}{٤٠} = \frac{١}{٥}$

④ $ل(\alpha - \beta) = ل(\alpha) - ل(\alpha \cap \beta) = \frac{٩}{٢٠} - \frac{١}{٥} = \frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

⑤ $ل(\beta - \alpha) = ل(\beta) - ل(\alpha \cap \beta) = \frac{١٥}{٤٠} - \frac{١}{٥} = \frac{٧}{٤٠}$

⑥ $ل(\alpha - \beta) + ل(\beta - \alpha) = \frac{١}{٤} + \frac{٧}{٤٠} = \frac{١٧}{٤٠}$

إذا كان α ، β حادثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان
$ل(\alpha) = ٠,٦$ ، $ل(\beta) = ٠,٤$ ، $ل(\alpha \cap \beta) = ٠,٣$ فأوجد
① $ل(\alpha')$ ② $ل(\alpha \cap \beta)$ ③ $ل(\alpha - \beta)$

الحل

① $ل(\alpha') = ١ - ل(\alpha) = ١ - ٠,٦ = ٠,٤$

② $ل(\alpha \cup \beta) = ل(\alpha) + ل(\beta) - ل(\alpha \cap \beta)$
$= ٠,٦ + ٠,٤ - ٠,٣ = ٠,٧$

③ $ل(\alpha - \beta) = ل(\alpha) - ل(\alpha \cap \beta) = ٠,٦ - ٠,٣ = ٠,٣$

أ/ أحمد عمر

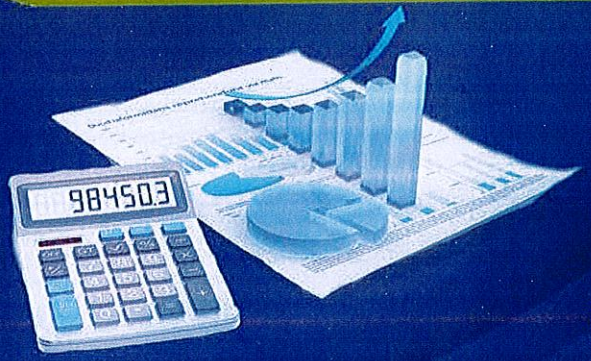
سلسلة

كنزي

أحمد عمر

kanzi-eg.blogspot.com

Ahmedomar3782



تصميم

Mohamed Abdelnaby

01096085502